

# 目 次

<b>第1章 序論</b>	<b>1</b>
1.1 例：多項式曲線フィッティング . . . . .	4
1.2 確率論 . . . . .	11
1.2.1 確率密度 . . . . .	17
1.2.2 期待値と分散 . . . . .	19
1.2.3 ベイズ確率 . . . . .	20
1.2.4 ガウス分布 . . . . .	24
1.2.5 曲線フィッティング再訪 . . . . .	28
1.2.6 ベイズ曲線フィッティング . . . . .	30
1.3 モデル選択 . . . . .	31
1.4 次元の呪い . . . . .	33
1.5 決定理論 . . . . .	37
1.5.1 誤識別率の最小化 . . . . .	38
1.5.2 期待損失の最小化 . . . . .	40
1.5.3 廃却オプション . . . . .	41
1.5.4 推論と決定 . . . . .	42
1.5.5 回帰のための損失関数 . . . . .	45
1.6 情報理論 . . . . .	47
1.6.1 相対エントロピーと相互情報量 . . . . .	54
演習問題 . . . . .	57
<b>第2章 確率分布</b>	<b>65</b>
2.1 二値変数 . . . . .	66
2.1.1 ベータ分布 . . . . .	68
2.2 多値変数 . . . . .	72
2.2.1 ディリクレ分布 . . . . .	74

2.3	ガウス分布 . . . . .	76
2.3.1	条件付きガウス分布 . . . . .	82
2.3.2	周辺ガウス分布 . . . . .	85
2.3.3	ガウス変数に対するベイズの定理 . . . . .	88
2.3.4	ガウス分布の最尤推定 . . . . .	91
2.3.5	逐次推定 . . . . .	92
2.3.6	ガウス分布に対するベイズ推論 . . . . .	95
2.3.7	スチューデントの t 分布 . . . . .	100
2.3.8	周期変数 . . . . .	102
2.3.9	混合ガウス分布 . . . . .	107
2.4	指数型分布族 . . . . .	110
2.4.1	最尤推定と十分統計量 . . . . .	113
2.4.2	共役事前分布 . . . . .	114
2.4.3	無情報事前分布 . . . . .	115
2.5	ノンパラメトリック法 . . . . .	117
2.5.1	カーネル密度推定法 . . . . .	119
2.5.2	最近傍法 . . . . .	122
	演習問題 . . . . .	125

	<b>第 3 章 線形回帰モデル</b>	<b>135</b>
3.1	線形基底関数モデル . . . . .	136
3.1.1	最尤推定と最小二乗法 . . . . .	138
3.1.2	最小二乗法の幾何学 . . . . .	140
3.1.3	逐次学習 . . . . .	141
3.1.4	正則化最小二乗法 . . . . .	142
3.1.5	出力変数が多次元の場合 . . . . .	144
3.2	バイアス-バリアンス分解 . . . . .	146
3.3	ベイズ線形回帰 . . . . .	151
3.3.1	パラメータの分布 . . . . .	151
3.3.2	予測分布 . . . . .	155
3.3.3	等価カーネル . . . . .	156
3.4	ベイズモデル比較 . . . . .	160
3.5	エビデンス近似 . . . . .	164
3.5.1	エビデンス関数の評価 . . . . .	165
3.5.2	エビデンス関数の最大化 . . . . .	167
3.5.3	有効パラメータ数 . . . . .	169

3.6 固定された基底関数の限界 . . . . .	171
演習問題 . . . . .	172
<b>第4章 線形識別モデル</b>	<b>177</b>
4.1 識別関数（判別関数） . . . . .	179
4.1.1 2 クラス . . . . .	179
4.1.2 多クラス . . . . .	180
4.1.3 分類における最小二乗 . . . . .	182
4.1.4 フィッシャーの線形判別 . . . . .	185
4.1.5 最小二乗との関連 . . . . .	187
4.1.6 多クラスにおけるフィッシャーの判別 . . . . .	188
4.1.7 パーセプトロンアルゴリズム . . . . .	190
4.2 確率的生成モデル . . . . .	195
4.2.1 連續値入力 . . . . .	196
4.2.2 最尤解 . . . . .	199
4.2.3 離散特徴 . . . . .	200
4.2.4 指数型分布族 . . . . .	201
4.3 確率的識別モデル . . . . .	202
4.3.1 固定基底関数 . . . . .	202
4.3.2 ロジスティック回帰 . . . . .	204
4.3.3 反復再重み付け最小二乗 . . . . .	206
4.3.4 多クラスロジスティック回帰 . . . . .	208
4.3.5 プロビット回帰 . . . . .	209
4.3.6 正準連結関数 . . . . .	211
4.4 ラプラス近似 . . . . .	213
4.4.1 モデルの比較と BIC . . . . .	215
4.5 ベイズロジスティック回帰 . . . . .	217
4.5.1 ラプラス近似 . . . . .	217
4.5.2 予測分布 . . . . .	218
演習問題 . . . . .	220
<b>第5章 ニューラルネットワーク</b>	<b>225</b>
5.1 フィードフォワードネットワーク関数 . . . . .	226
5.1.1 重み空間対称性 . . . . .	232
5.2 ネットワーク訓練 . . . . .	233
5.2.1 パラメータ最適化 . . . . .	237

5.2.2 局所二次近似 . . . . .	238
5.2.3 勾配情報の利用 . . . . .	240
5.2.4 勾配降下最適化 . . . . .	241
5.3 誤差逆伝播 . . . . .	242
5.3.1 誤差関数微分の評価 . . . . .	243
5.3.2 単純な例 . . . . .	246
5.3.3 逆伝播の効率 . . . . .	247
5.3.4 ヤコビ行列 . . . . .	248
5.4 ヘッセ行列 . . . . .	250
5.4.1 対角近似 . . . . .	251
5.4.2 外積による近似 . . . . .	252
5.4.3 ヘッセ行列の逆行列 . . . . .	253
5.4.4 有限幅の差分による近似 . . . . .	254
5.4.5 ヘッセ行列の厳密な評価 . . . . .	255
5.4.6 ヘッセ行列の積の高速な計算 . . . . .	256
5.5 ニューラルネットワークの正則化 . . . . .	258
5.5.1 無矛盾なガウス事前分布 . . . . .	259
5.5.2 早期終了 . . . . .	261
5.5.3 不変性 . . . . .	264
5.5.4 接線伝播法 . . . . .	265
5.5.5 変換されたデータを用いた訓練 . . . . .	268
5.5.6 たたみ込みニューラルネットワーク . . . . .	270
5.5.7 ソフト重み共有 . . . . .	272
5.6 混合密度ネットワーク . . . . .	274
5.7 ベイズニューラルネットワーク . . . . .	281
5.7.1 パラメータの事後分布 . . . . .	281
5.7.2 超パラメータ最適化 . . . . .	283
5.7.3 クラス分類のためのベイズニューラルネットワーク . . . . .	285
演習問題 . . . . .	287
 付録 A データ集合	 295
付録 B 確率分布の一覧	303
付録 C 行列の性質	313
付録 D 変分法	321

付録 E ラグランジュ乗数	325
上巻のための参考文献	329
和文索引	334
英文索引	342

# 目 次

<b>第6章 カーネル法</b>	<b>1</b>
6.1 双対表現 . . . . .	2
6.2 カーネル関数の構成 . . . . .	4
6.3 RBF ネットワーク . . . . .	10
6.3.1 Nadaraya–Watson モデル . . . . .	12
6.4 ガウス過程 . . . . .	14
6.4.1 線形回帰再訪 . . . . .	15
6.4.2 ガウス過程による回帰 . . . . .	17
6.4.3 超パラメータの学習 . . . . .	22
6.4.4 関速度自動決定 . . . . .	23
6.4.5 ガウス過程による分類 . . . . .	25
6.4.6 ラプラス近似 . . . . .	27
6.4.7 ニューラルネットワークとの関係 . . . . .	31
演習問題 . . . . .	31
<b>第7章 疎な解を持つカーネルマシン</b>	<b>35</b>
7.1 最大マージン分類器 . . . . .	35
7.1.1 重なりのあるクラス分布 . . . . .	41
7.1.2 ロジスティック回帰との関係 . . . . .	47
7.1.3 多クラス SVM . . . . .	48
7.1.4 回帰のための SVM . . . . .	50
7.1.5 計算論的学習理論 . . . . .	54
7.2 関連ベクトルマシン . . . . .	56
7.2.1 回帰問題に対する RVM . . . . .	56
7.2.2 疎性の解析 . . . . .	60
7.2.3 分類問題に対する RVM . . . . .	64

*x* 目 次

演習問題 . . . . .	68
<b>第8章 グラフィカルモデル</b>	<b>71</b>
8.1 ベイジアンネットワーク . . . . .	72
8.1.1 例：多項式曲線フィッティング . . . . .	74
8.1.2 生成モデル . . . . .	77
8.1.3 離散変数 . . . . .	78
8.1.4 線形ガウスモデル . . . . .	82
8.2 条件付き独立性 . . . . .	84
8.2.1 3つのグラフの例 . . . . .	85
8.2.2 有向分離（D分離） . . . . .	90
8.3 マルコフ確率場 . . . . .	96
8.3.1 条件付き独立性 . . . . .	96
8.3.2 分解特性 . . . . .	98
8.3.3 例：画像のノイズ除去 . . . . .	100
8.3.4 有向グラフとの関係 . . . . .	104
8.4 グラフィカルモデルにおける推論 . . . . .	107
8.4.1 連鎖における推論 . . . . .	108
8.4.2 木 . . . . .	112
8.4.3 因子グラフ . . . . .	113
8.4.4 積和アルゴリズム . . . . .	116
8.4.5 max-sum アルゴリズム . . . . .	126
8.4.6 一般のグラフにおける厳密推論 . . . . .	131
8.4.7 ループあり確率伝播 . . . . .	132
8.4.8 グラフ構造の学習 . . . . .	134
演習問題 . . . . .	134
<b>第9章 混合モデルと EM</b>	<b>139</b>
9.1 <i>K-means</i> クラスタリング . . . . .	140
9.1.1 画像分割と画像圧縮 . . . . .	144
9.2 混合ガウス分布 (Mixtures of Gaussians) . . . . .	146
9.2.1 最尤推定 . . . . .	149
9.2.2 混合ガウス分布の EM アルゴリズム . . . . .	151
9.3 EM アルゴリズムのもう一つの解釈 . . . . .	155
9.3.1 混合ガウス分布再訪 . . . . .	157
9.3.2 <i>K-means</i> との関連 . . . . .	159

9.3.3 混合ベルヌーイ分布 . . . . .	160
9.3.4 ベイズ線形回帰に関する EM アルゴリズム . . . . .	164
9.4 一般の EM アルゴリズム . . . . .	165
演習問題 . . . . .	171
<b>第 10 章 近似推論法</b>	<b>175</b>
10.1 変分推論 . . . . .	176
10.1.1 分布の分解 . . . . .	177
10.1.2 分解による近似のもつ性質 . . . . .	180
10.1.3 例：一変数ガウス分布 . . . . .	184
10.1.4 モデル比較 . . . . .	187
10.2 例：変分混合ガウス分布 . . . . .	187
10.2.1 変分事後分布 . . . . .	189
10.2.2 変分下限 . . . . .	195
10.2.3 予測分布 . . . . .	196
10.2.4 混合要素数の決定 . . . . .	197
10.2.5 導出された分解 . . . . .	199
10.3 変分線形回帰 . . . . .	200
10.3.1 変分分布 . . . . .	201
10.3.2 予測分布 . . . . .	203
10.3.3 変分下限 . . . . .	203
10.4 指数型分布族 . . . . .	204
10.4.1 変分メッセージパッキング . . . . .	206
10.5 局所的変分推論法 . . . . .	207
10.6 変分ロジスティック回帰 . . . . .	212
10.6.1 変分事後分布 . . . . .	213
10.6.2 変分パラメータの最適化 . . . . .	215
10.6.3 超パラメータの推論 . . . . .	216
10.7 EP 法 . . . . .	219
10.7.1 例：雑音データ問題 . . . . .	225
10.7.2 グラフィカルモデルと EP 法 . . . . .	227
演習問題 . . . . .	231
<b>第 11 章 サンプリング法</b>	<b>237</b>
11.1 基本的なサンプリングアルゴリズム . . . . .	239
11.1.1 標準的な分布 . . . . .	240

11.1.2 棄却サンプリング . . . . .	242
11.1.3 適応的棄却サンプリング . . . . .	244
11.1.4 重点サンプリング . . . . .	246
11.1.5 SIR . . . . .	249
11.1.6 サンプリングと EM アルゴリズム . . . . .	250
11.2 マルコフ連鎖モンテカルロ . . . . .	252
11.2.1 マルコフ連鎖 . . . . .	253
11.2.2 Metropolis-Hastings アルゴリズム . . . . .	255
11.3 ギブスサンプリング . . . . .	257
11.4 スライスサンプリング . . . . .	261
11.5 ハイブリッドモンテカルロアルゴリズム . . . . .	263
11.5.1 力学系 . . . . .	263
11.5.2 ハイブリッドモンテカルロアルゴリズム . . . . .	267
11.6 分配関数の推定 . . . . .	269
演習問題 . . . . .	271
<b>第 12 章 連続潜在変数</b>	<b>275</b>
12.1 主成分分析 . . . . .	277
12.1.1 分散最大化による定式化 . . . . .	277
12.1.2 誤差最小化による定式化 . . . . .	279
12.1.3 主成分分析の応用 . . . . .	282
12.1.4 高次元データに対する主成分分析 . . . . .	285
12.2 確率的主成分分析 . . . . .	286
12.2.1 最尤法による主成分分析 . . . . .	290
12.2.2 EM アルゴリズムによる主成分分析 . . . . .	294
12.2.3 ベイズ的主成分分析 . . . . .	298
12.2.4 因子分析 . . . . .	302
12.3 カーネル主成分分析 . . . . .	304
12.4 非線形潜在変数モデル . . . . .	308
12.4.1 独立成分分析 . . . . .	309
12.4.2 自己連想ニューラルネットワーク . . . . .	310
12.4.3 非線形多様体のモデル化 . . . . .	313
演習問題 . . . . .	318
<b>第 13 章 系列データ</b>	<b>323</b>
13.1 マルコフモデル . . . . .	324

13.2 隠れマルコフモデル . . . . .	328
13.2.1 HMM の最尤推定 . . . . .	333
13.2.2 フォワード-バックワードアルゴリズム . . . . .	336
13.2.3 HMM の積和アルゴリズム . . . . .	343
13.2.4 スケーリング係数 . . . . .	345
13.2.5 Viterbi アルゴリズム . . . . .	347
13.2.6 隠れマルコフモデルの拡張 . . . . .	349
13.3 線形動的システム . . . . .	353
13.3.1 LDS における推論 . . . . .	356
13.3.2 LDS の学習 . . . . .	360
13.3.3 LDS の拡張 . . . . .	362
13.3.4 粒子フィルタ . . . . .	363
演習問題 . . . . .	365
<b>第 14 章 モデルの結合</b>	<b>371</b>
14.1 ベイズモデル平均化 . . . . .	372
14.2 コミッティ . . . . .	373
14.3 ブースティング . . . . .	374
14.3.1 指数誤差の最小化 . . . . .	377
14.3.2 ブースティングのための誤差関数 . . . . .	379
14.4 木構造モデル . . . . .	380
14.5 条件付き混合モデル . . . . .	384
14.5.1 線形回帰モデルの混合 . . . . .	384
14.5.2 ロジスティックモデルの混合 . . . . .	387
14.5.3 混合エキスパートモデル . . . . .	390
演習問題 . . . . .	392
<b>下巻のための参考文献</b>	<b>395</b>
<b>訳者あとがき</b>	<b>405</b>
<b>和文索引</b>	<b>408</b>
<b>英文索引</b>	<b>421</b>